

Méthode exacte pour la résolution d'un problème intégré : approche bi-niveaux

Mallory Taffonneau¹, Yannick Kergosien¹, Marina Vinot¹, Ameer Soukhal¹

Université de Tours, Laboratoire d'Informatique Fondamentale et Appliquée de Tours (UR 6300),
équipe ROOT, 64 avenue Jean Portalis, 37200 Tours, France
{mallory.taffonneau, yannick.kergosien, marina.vinot, ameur.soukhal}@univ-tours.fr

Mots-clés : *ordonnancement, tournées de véhicules, bi-niveaux, méthode exacte*

1 Introduction

Les problèmes intégrés d'ordonnancement et de tournées de véhicules ont fait l'objet d'une attention particulière et croissante ces dernières années, tant pour leur intérêt scientifique que pour leur application [1]. Ils visent à coordonner simultanément la planification de la production et l'organisation de la distribution afin de minimiser les coûts tout en respectant les délais de livraison. Bien que de nombreux travaux se concentrent sur des approches monocritère ou multi-critères, celles-ci reposent généralement sur l'hypothèse que les décisions relatives à la production et au transport sont prises de manière centralisée ou par des acteurs occupant le même niveau hiérarchique. Cette hypothèse se révèle parfois restrictive dans le contexte d'une chaîne logistique où les deux fonctions (ordonnancement et transport) sont réalisées par des entités distinctes, avec des niveaux de décision hiérarchiquement différents. Dans de nombreuses situations réelles, l'entreprise manufacturière planifie la production tandis que la distribution est confiée à un prestataire de transport. Les décisions prises en amont, telles que les séquences d'ordonnancement et les dates de mise à disposition des biens, déterminent alors les conditions dans lesquelles le transporteur devra construire ses tournées.

Cette interaction hiérarchique, combinant optimisation interne de la production et minimisation des coûts de transport, ne peut être correctement représentée par les modèles intégrés classiques, qui supposent généralement un compromis unique. Dans la pratique, chaque acteur poursuit sa propre fonction objectif et réagit aux décisions de l'autre. Dans ce contexte, une approche de type bi-niveaux est pertinente pour modéliser cette hiérarchie décisionnelle.

Dans un schéma bi-niveaux [2], deux agents, le *leader* et le *follower*, prennent leurs décisions de manière séquentielle. Le *leader* définit d'abord sa stratégie pour optimiser sa fonction objectif tout en influençant et en contraignant les décisions ultérieures du *follower*.

2 Description du problème

Dans cette étude, nous nous intéressons à une unité de production chargée de satisfaire un carnet de commandes. Une fois les commandes produites, l'unité délègue leur livraison à un transporteur externe. Dans ce cadre bi-niveaux, l'unité de production représente le *leader* et cherche à minimiser les retards de livraison, tandis que le transporteur représente le *follower* et vise à minimiser ses coûts de transport.

Chaque commande est caractérisée par une date de début de production au plus tôt (par exemple, imposée par la disponibilité des matières premières), une durée de production et une date due fixée par le client. L'atelier est constitué d'une ligne de production modélisée par une machine unique. L'ordonnancement est réalisé sans préemption. Par ailleurs, la ligne fonctionne en continu pour des raisons d'efficacité : il n'est pas possible d'insérer volontairement des périodes d'inactivité durant la période de production.

Le transporteur met à disposition un véhicule de capacité limitée, susceptible d'effectuer plusieurs tournées, à partir d'une date convenue avec le *leader*. L'espace de stockage sur le quai de chargement est restreint, comme c'est généralement le cas dans les entrepôts. Ainsi, les commandes sont chargées dans le véhicule dès qu'elles sont produites. Lorsque le véhicule est en tournée, les commandes achevées sont temporairement stockées sur le quai et chargées dès son retour. À la fin de chaque tournée, le véhicule revient à l'atelier et repart immédiatement avec les commandes nouvellement disponibles. Pour chaque tournée, le transporteur décide de l'ordre de livraison des commandes afin de minimiser la distance totale parcourue.

L'ordonnancement établi par le *leader* détermine donc la composition du chargement pour chaque tournée. Une fois les tournées optimisées par le *follower*, le *leader* évalue le coût total des retards de livraison induits par la combinaison des deux niveaux de décision.

3 Méthodes de résolution exacte

Afin de formaliser le problème, nous proposons un modèle de programmation linéaire en nombres entiers bi-niveaux. Il convient de noter que ce modèle se distingue d'une large partie de la littérature sur les problèmes bi-niveaux par la présence d'un sous-problème non convexe [4], ce qui rend sa résolution particulièrement délicate.

La plupart des solveurs commerciaux de programmation linéaire (CPLEX, Gurobi, etc.) ne sont pas adaptés à la résolution directe de modèles bi-niveaux. Certains outils dédiés existent néanmoins. Par exemple, dans [3], les auteurs proposent un solveur reconnu pour ses performances dans la résolution des problèmes bi-niveaux. Toutefois, son utilisation pour notre problème s'est révélée rapidement limitée : lorsque le nombre de commandes dépasse sept, les temps de calcul deviennent important, atteignant parfois près de 60 minutes.

Pour pallier ces limitations, nous proposons une nouvelle méthode exacte en deux étapes. La première étape consiste à résoudre le problème d'ordonnancement à l'aide d'une procédure de séparation et évaluation (*Branch & Bound*) explorant l'ensemble des permutations possibles. À chaque nœud de l'arbre d'exploration, une borne inférieure est calculée afin d'estimer le retard potentiel associé à chaque commande. Lorsque qu'un nœud feuille est atteint, une procédure de type *label correction* est exécutée afin de résoudre de manière optimale le problème de tournées de véhicules. À l'issue de cette deuxième étape, une solution réalisable complète du problème bi-niveaux est obtenue.

Les méthodes exactes proposées sont ensuite évaluées et comparées sur un ensemble d'instances large et varié. Une analyse détaillée des résultats expérimentaux sera présentée, mettant en évidence leurs performances. Nous soulignerons également l'intérêt de l'approche bi-niveaux par rapport aux méthodes classiques, telles que les formulations bicritères.

References

- [1] Lotte Berghman, Yannick Kergosien, Jean-Charles Billaut. *A review on integrated scheduling and outbound vehicle routing problems*. European Journal of Operational Research, 2023, 311(1), 1-23.
- [2] Stephan Dempe. *Foundations of bilevel programming*. 2002, Boston, MA: Springer US.
- [3] Matteo Fischetti, Ivana Ljubić, Michele Monachi, Markus Sinnl. *algorithm for mixed-integer bilevel linear programs*. Operations Research, 2017, vol. 65, no 6, p. 1615-1637.
- [4] Thomas Kleinert, Martine Labbé, Ivana Ljubić, Martin Schmidt. *A Survey on Mixed-Integer Programming Techniques in Bilevel Optimization*. EURO Journal on Computational Optimization, 2021, vol. 9, 100007